

**Problema 1.** Arătați că orice submulțime cu  $7n + 1$  elemente a mulțimii  $\{1, 2, \dots, 8n\}$  conține patru numere  $a, b, c, d$ , astfel încât  $a \mid b, b \mid c, c \mid d$ .

**Problema 2.** Pe o tablă  $2n \times 2n$  se află pietre albe și pietre roșii (cel mult o piesă pe fiecare pătrat  $1 \times 1$ ). Se execută următoarele operații:

a) de pe fiecare coloană pe care se află cel puțin o piatră albă se elimină toate pietrele roșii;

b) de pe fiecare linie pe care se află cel puțin o piatră roșie, se elimină toate pietrele albe.

Arătați că dintr-una dintre culori au rămas cel mult  $n^2$  pietre.

**Problema 3.** Șirul de numere naturale  $(x_n)_n$  este definit prin

$$x_0 = x_1 = 1, \quad x_{n+1} = 14x_n - x_{n-1}.$$

Demonstrați că pentru fiecare  $n$  numărul  $2x_n - 1$  este pătrat perfect.